

湿热问题全复合材料夹层板面芯分层屈曲研究

蒋 莉 张志民

(北京航空航天大学 飞行器设计与应用力学系)

摘 要: 根据含面芯分层损伤的均衡复合材料夹层板在面内载荷作用下的变形特点,建立了一个基于分析椭圆分层局部屈曲变形的二维模型,考虑了分层边界附近未脱胶芯子对分层子板的影响,利用复合材料层板湿热本构关系式和瑞利-里兹法对面芯分层的屈曲进行具体的研究,分析了不同材料面板,不同铺层以及各种湿热情况对临界屈曲载荷的影响.结果表明,湿热情况使夹层结构刚度和强度下降.

关 键 词: 弹性基础;环境效应;层板;面芯分层;湿热问题

中图分类号: TB 330.1

文献标识码: A

文章编号: 1001-5965(2002)04-0438-05

复合材料夹层结构有很好的吸音、隔热和耐疲劳等特性,又有较高的抗弯刚度质量比和较好的可设计性.由于工艺制造、维护使用及环境变化等不可避免的实际影响,这类先进复合材料结构在使用时会受到各种外来物冲击损伤和湿热环境急剧变化的恶劣影响.

复合材料夹层板在面板和芯子间存在一个弱的界面,更易受到外界的影响.当夹层板受面内压载时,该面芯分层会象层板中分层一样产生屈曲及扩展,导致夹层板破坏并失去承载能力.

复合材料夹层结构使用在航空航天领域,经常处于恶劣的湿热环境中,而引起严重的湿热残余应变和残余应力,使得分层子板更易产生局部屈曲和分层扩展,从而造成复合材料夹层结构的刚度和强度进一步降低.

许多研究者描述分层板的压缩性能提出了一些分析模型.按分层的形状来分,包括一维穿透分层模型(带形分层模型),二维预埋的矩形、圆形和椭圆形分层模型等.一维带形分层的复合材料结构的压缩性能问题的研究,始于Chai等人^[1]在1981年的工作,他们提出了研究分层屈曲和扩展的一维薄膜分层和普通分层模型.

Vizzini和Lagace^[2]对Chai^[1]一维薄膜分层模型作了较大的改进,提出了一个一维薄膜分层的弹性基础模型.他们的研究表明,Chai^[1]的模型过高地估计了分层的屈曲载荷.

更有实际意义的二维分层问题,其屈曲、后屈

曲和扩展分析难度要大得多,这是因为分层局部屈曲会导致未损伤部分(基板)的弯曲变形和非均匀薄膜变形.Vizzini和Lagace^[2]提出的一维薄膜分层弹性基础模型可推广应用于复合材料夹层板面芯分层屈曲分析.夹层板面芯分层时,芯子会储存一部分应变能,故将未和面板脱胶的芯子模拟为弹性基础是合理的.复合材料夹层结构在使用中处于湿热环境中,分析中还必须考虑到湿热对屈曲载荷、中心挠度、内力和内力矩的影响.

1 分析模型

考虑一个含有椭圆形面芯分层的对称复合材料夹层板,其上作用有均匀压缩和剪切载荷及湿热载荷(见图1).分层位于夹层板上面板和芯子之间,分层区域上面的部分称为分层子板,其余部分为基板.采用如下假设:

- 1) 分层子板厚度与夹层板厚度比 t/h 很小,不考虑分层子板屈曲对基板变形的影响;
- 2) 分层子板长短半轴 a, b 与夹层板面内长宽尺寸相比为小量,但远大于其自身厚度 t ;
- 3) 夹层板芯子具有正交异性剪切效应和横向弹性效应,其面内刚度可以忽略;
- 4) 除分层区域外,夹层板上下表层面板与芯子的粘接是理想的.

由假设1),夹层板在整体屈曲前,仅产生面内小变形,应用经典层合板理论, x, y, z 坐标系中

收稿日期: 2000-11-29

基金项目: 航空科学基金资助项目(98B51027)

作者简介: 蒋 莉(1976-),女,四川达川人,硕士生,100083,北京.

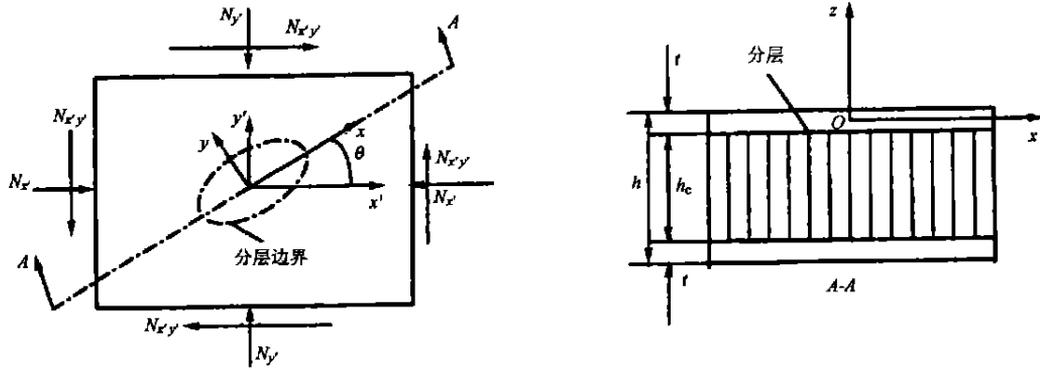


图 1 夹层板面芯分层示意图

上面板变形应变分量表示为式(1 a). 其中 a_{ij} 为上面板面内柔度分量:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1 a)$$

当只有 N_x 作用时, 利用坐标变换可得 xyz 坐标系中的应变分量:

$$\left. \begin{aligned} x &= x N_x \\ y &= y N_x \\ xy &= xy N_x \end{aligned} \right\} \quad (1 b)$$

式中

$$\begin{aligned} x &= a_{11} \cos^2 + a_{12} \sin^2 + a_{16} \sin \cos \\ y &= a_{12} \sin^2 + a_{22} \cos^2 - a_{26} \sin \cos \\ xy &= 2 a_{16} \sin \cos + 2 a_{26} \sin \cos + a_{66} \cos^2 \end{aligned}$$

分层子板屈曲变形时, 必须考虑芯子的影响, 现将未和面板脱胶的芯子模拟为弹性基础, 由于分层子板为椭圆形, 而夹层板为矩形, 考虑到远离

分层边界处, 上面板受分层子板屈曲变形影响很小, 在上面板中选取一个外形相似有弹性支持的椭圆形子面板作为研究对象 (见图 2), a, b 为椭圆形子面板的长短轴, a, b 为分层子板的长短轴. 在边界处, 由椭圆子板和基板位移连续条件, 得到椭圆子板位移边界条件:

$$\left. \begin{aligned} u &= u \\ v &= v \\ w &= w_x = w_y = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

u, v, w 为椭圆子板位移分量; u, v 为基板的位移分量. 沿椭圆子板中面作用有面内载荷 N_x, N_y, N_{xy} .

$$\left. \begin{aligned} N_x &= (A_{11} x + A_{12} y + A_{16} xy) N_x \\ N_y &= (A_{12} x + A_{22} y + A_{26} xy) N_x \\ N_{xy} &= (A_{16} x + A_{26} y + A_{66} xy) N_x \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则转化为有部分弹性基础支持的屈曲变形问题. A_{ij} 为椭圆子板面内拉伸刚度矩阵.

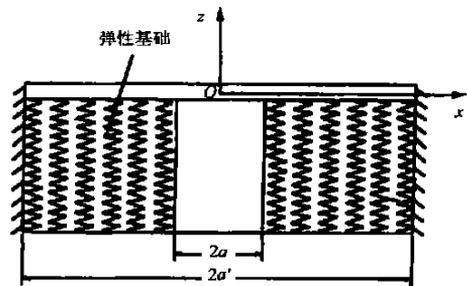
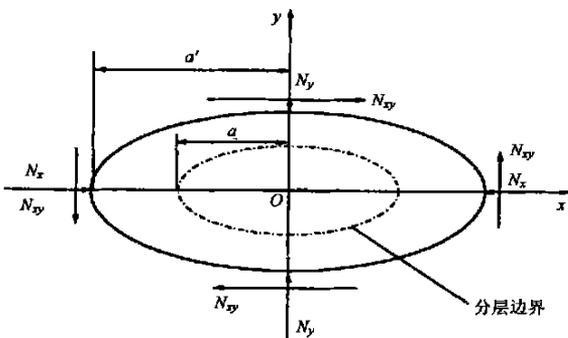


图 2 椭圆子板弹性基础模型

2 湿热效应的考虑

复合材料面板弹性系数应该为湿热的函数, 芯子的弹性系数也应该为环境的函数. 芯子是蜂

窝状的人造二维多胞材料. 其折合横向弹性模量 E_c , 芯子厚度 h_c . 地基系数 $k_c = E_c / h_c$.

$$E_c = E_{c0} (1 - 0.5 \times 10^{-3} t) \quad (4)$$

由经典层合板理论

$$x = x^0 + z \tag{5}$$

其中, ϵ^0 , κ^0 分别为中面内应变列阵和中面弯曲应变列阵.

层合板典型第 k 层湿热本构关系:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^k \\ \epsilon_y^k \\ \epsilon_{xy}^k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^k & \bar{Q}_{12}^k & \bar{Q}_{16}^k \\ \bar{Q}_{12}^k & \bar{Q}_{22}^k & \bar{Q}_{26}^k \\ \bar{Q}_{16}^k & \bar{Q}_{26}^k & \bar{Q}_{66}^k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x^k \\ \sigma_y^k \\ \sigma_{xy}^k \end{Bmatrix} \tag{6}$$

式中, α 为热膨胀系数; β 为湿膨胀系数; T 为温度差; C 为吸湿浓度.

应力合量 N_x, N_y, N_{xy} 及 M_x, M_y, M_{xy} 定义为

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} dz$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix} z dz \tag{7}$$

将层合板典型第 k 层湿热本构关系式(6)代入(7)式,并结合经典层合板理论式(5),通过积分可得层合板湿热本构关系简单形式为

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa^0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^H \\ M^H \end{Bmatrix} \tag{8a}$$

经过变换,上式可以改写为

$$\begin{Bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N + N^T + N^H \\ M + M^T + M^H \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa^0 \end{Bmatrix} \tag{8b}$$

这样就把温度作用、湿度作用视为一种当量的外载荷,把温度、湿度和力学3种因素用等效的力学量来处理,式中, N^T 为热力, M^T 为热内力矩, N^H 为湿内力, M^H 为湿内力矩.

3 瑞利-里兹分析方法

瑞利-里兹能量法是研究椭圆形层板屈曲的有效方法,包括3个步骤: 选取合理的位移函数; 利用层合板本构关系,计算系统总势能; 应用最小势能原理导出特征方程,其特征值和特征向量分别为层板的屈曲载荷和屈曲形状.

对于步骤1,所选取的横向位移函数 w 应满足椭圆子板位移边界条件(2). 假设横向位移函数

w 为如下形式:

$$w(x, y) = t \cdot Z^2(x, y) \cdot R(x, y) \tag{9}$$

设 $Z(x, y) = 1 - (x/a)^2 - (y/b)^2$ 以满足椭圆子板边界条件,对于椭圆子板,受弹性基础限制,可以预测屈曲变形将呈“草帽形”, $R(x, y)$ 必须取二元幂级数函数的前几十项,才能使其逼近随圆子板屈曲形状,但随着项数的增多,运算难度加大,而且误差也加大,很难得到收敛解. 通过分析取:

$$E(x, y) = \exp\left[-\frac{\mu}{2} [(x/a)^2 + (y/b)^2]\right] \tag{10}$$

$0 < \mu < 1$

可以用来描述椭圆子板屈曲形状,考虑其对称性,完备的横向位移函数 w 取为

$$w = \sum_{m=0,2n=0,1}^M Z^2(x, y) \cdot E(x, y) \cdot t \cdot c_{mn} \cdot (x/a)^{m-n} \cdot (y/b)^n$$

其面内位移函数 u, v 可取为

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_{xx}x + E_{yy}y + Z(x, y) t^2/a \\ E_{xy}x + E_{yy}y + Z(x, y) t^2/b \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_{mn} (x/a)^{m-n} (y/b)^n \\ b_{mn} (x/a)^{m-n} (y/b)^n \end{Bmatrix} \tag{11}$$

$m=1, 3n=0, 1$

对于步骤2,在不考虑体力作用的情况下,椭圆子板的总势能可表示为

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \iint \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} dA - \\ &\iint \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}^T \left[\begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^H \\ M^H \end{Bmatrix} \right] dA + \\ &\frac{1}{2} \iint k_c \cdot w^2 dA_1 \end{aligned} \tag{12}$$

式中,第一项表示椭圆子板的应变能,第二项表示椭圆子板中的残余湿热应力所做的功. 第三项表示弹性基础所储存的变形能. S, S_1 分别为椭圆子板总面积和未分层区域弹性基础支持的面积.

对于步骤3,当利用瑞利-里兹能量法近似求解时,为运算方便,进行无量纲化,通过选择待定参数 a_{mn}, b_{mn}, c_{mn} ,使无量纲总势能 $\tilde{\pi}$ 最小,即满足以下条件:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial a_{mn}} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial b_{mn}} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial c_{mn}} &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

$m = 1, 2, \dots, i \quad n = 1, 2, \dots, j$

这些代数方程组是非线性的,重要的是确定椭圆子板的屈曲值.在数学上,通过取其二阶偏导数矩阵行列式等于零为判定条件.对于对称椭圆子板,拉弯耦合刚度 $B_{ij} = 0$,条件方程可以简化为

$$\det \bar{A} = \left| \frac{\partial^2}{\partial c_{r,s} \partial c_{p,q}} \right| = 0 \quad (14)$$

该方程是一个标准的特征值问题,可以直接求解.该方程的最小特征值 N_{cr} 便是作用在夹层板上使分层子板发生屈曲的线性临界屈曲载荷,利用应变内力关系还可以得到临界屈曲应变.

4 数值计算和结果分析

计算结果如表 1 所述.

表 1 各种屈曲情况临界屈曲载荷对比表

芯子厚度 h/mm	各种屈曲情况的 $N_{cr}/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-2})$				
	1	2	3	4	5
5	515.62	470.28	471.5	434.1	781.9
10	266.61	243.6	241	224.3	398.7
20	142.06	130.3	125.6	119.4	245.6
100	41.97	39.06	31.34	34.69	127.33

表中,情况 1:不考虑湿热情况的面板内分层 N_{cr} ,情况 2:不考虑湿热情况的面芯分层 N_{cr} ,情况 3:考虑湿热情况的面板内分层 N_{cr} ,情况 4:考虑湿热情况的面芯分层 N_{cr} ,情况 5:整体屈曲 N_{cr} .由表 1 可以看出:局部分层屈曲相对于整体屈曲,其临界压缩载荷要低得多,在多数情况下,仅以局部分层屈曲作为结构破坏的判定标准;湿热环境影响夹层板的承载性能,使临界压缩载荷 N_{cr} 降低;面芯分层相对于面板内分层,是更易发生的分层形式,随着芯子厚度 h_c 的增大 (k_c 减小),临界压缩载荷 N_{cr} 降低,更易发生分层屈曲,可见芯子对分层的影响很大.

引入有效边界刚度系数 β , $\beta = N_{cr}/N_{cr}^*$, N_{cr} , N_{cr}^* 分别为考虑弹性基础支持时和无弹性基础支持时的临界屈曲载荷.讨论 β 随 k_c 变化的规律.面板的铺层情况和芯子的支持情况都会影响临界屈曲载荷的大小.由图 3 可知,随着子板层数的增大, β 减小,芯子对分层子板边界的支持刚度相对减小.由图 4 得到,当 a/b 增大,即分层面积增大,芯子对分层子板边界的支持刚度相对增强.图 5 表示了 5 种不同的面板材料在相同铺层,相同分层面积情况下的临界屈曲载荷比较图,从图中可看出,BFRP 面板承载能力较强.图 6 表示了 CFRP

面板在 4 种不同的铺层情况下的临界屈曲载荷比较图,从图中可看出,铺层情况 1 的面板承载能力较强.5 种不同的面板材料分别为:T300/4211, T300/5222, KFRPkev49, KFRP 和 BFRP.4 种不同的铺层情况分别为:(45/- 45/- 45/45)₂, (0/- 45/45/0)₂, (45/- 45/45/- 45)₂ 和 0₈.

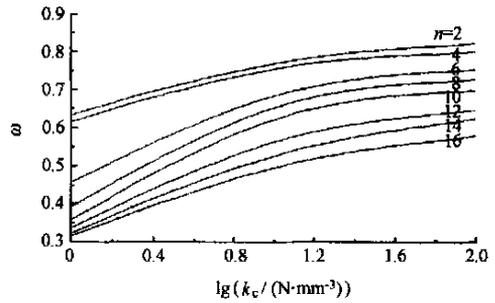


图 3 面板层数对 N_{cr} 的影响

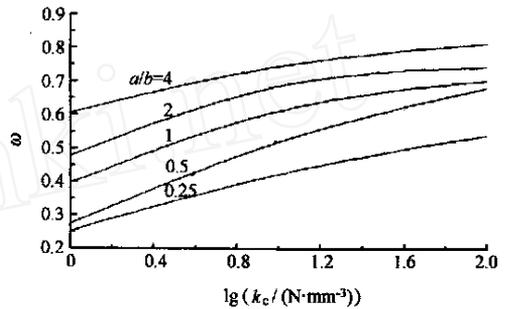


图 4 分层子板面积对 N_{cr} 的影响

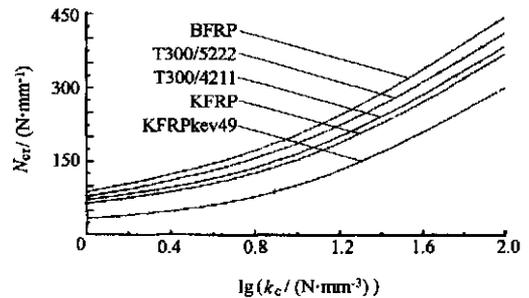


图 5 不同面板材料对 N_{cr} 的影响

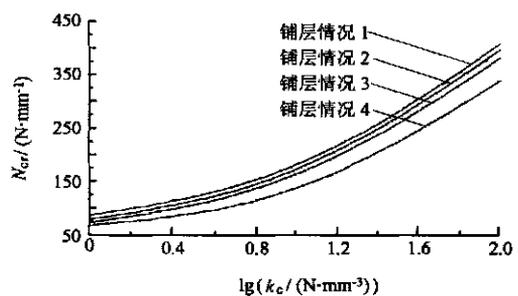


图 6 不同铺层情况对 N_{cr} 的影响

图 7 可以看出湿热环境影响着分层子板的屈曲载荷和后屈曲变形,将降低分层子板的屈曲载

荷和增大中心挠度.不同的湿热环境影响的程度不同,存在温度梯度时的影响比均匀温度时的影响严重.

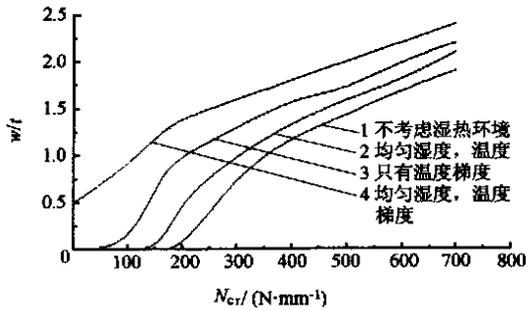


图7 不同湿热环境对 N_{cr} 的影响

总结以上分析,得到以下结论: 夹层板芯子对脱层子板屈曲影响较大,芯子刚度 k_c 不同,影响大小也不同; 湿热环境影响着分层子板的屈

曲载荷和后屈曲变形,将降低分层子板的屈曲载荷和增大中心挠度,不同湿热环境影响的程度不同; 分层屈曲相对于整体屈曲更易发生,面芯分层相对于面板内分层更易发生.

参 考 文 献

- [1] Chai H, Babcock C D, Knays W G. One dimensional modelling of failure laminated plates by delamination buckling [J]. Solids and Structure, 1981, 17(11): 1069 ~ 1083.
- [2] Vizzini A J, Lagace P A. The buckling of a delaminating sublaminates on an elastic foundation [J]. Composite Materials, 1987, 21(12): 1106 ~ 1117.
- [3] 张志民. 复合材料结构力学[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 1993.
- [4] 徐永锋. 含分层损伤复合材料夹层板的压缩剩余强度研究 [D]. 北京:北京航空航天大学飞行器设计与应用力学系, 1996.

Buckling Delaminating of Composite Sandwich Plates under Hygrothermal Conditions

JIANG Li ZHANG Zhi-min

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Dept. of Flight Vehicle Design and Applied Mechanics)

Abstract: To analyze the buckling of elliptical face-core delaminating in composite sandwich plates, a two-dimensional elastic foundation model was established. A displacement function was considered to describe the buckling shapes. By taking the effects of hygrothermal conditions, of the core and of the composite adjacent to delaminating location into account, Reyleigh-Ritz energy method was used to predict the critical buckling load, as a function of composite material, laying angle and hygrothermal condition.

Key words: elastic foundations; environmental effect; laminates; face-core delaminating; hygrothermal conditions